TEST 测评卷　　班级:______ 姓名:______ 得分:______

单元素养测评卷(一)A

第四章

时间:120 分钟　分值:150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n^2+2$,则 123 是该数列的 (　　)

A. 第 9 项　　B. 第 10 项

C. 第 11 项　　D. 第 12 项

2. 已知$\{a_n\}$是等差数列,且$a_3+a_9=4a_5$,$a_2=-6$,则该数列的公差是 (　　)

A. 3　　B. $\frac{1}{4}$

C. -4　　D. -14

3. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,且当$n\geqslant2$时,$a_n=\begin{cases}2a_{n-1}-1, n\text{ 为偶数},\\ 2a_{n-1}+2, n\text{ 为奇数},\end{cases}$则$a_4=$ (　　)

A. 7　　B. 10

C. 12　　D. 22

4. 已知正项等比数列$\{a_n\}$中,$a_{n+1}<a_n$,$a_2\cdot a_8=6$,$a_4+a_6=5$,则$\frac{a_5}{a_7}=$ (　　)

A. $\frac{5}{6}$　　B. $\frac{6}{5}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

5. 已知等差数列$\{a_n\}$的项数为$2m+1(m\in\mathbf{N}^*)$,其中奇数项之和为 140,偶数项之和为 120,则$m=$ (　　)

A. 6　　B. 7

C. 12　　D. 13

6. [2024·福建莆田二中高二月考]已知a_1,a_2,a_3,a_4,a_5成等比数列,且 2 和 8 为其中的两项,则a_5的最小值为 (　　)

A. -64　　B. -16

C. $\frac{1}{64}$　　D. $\frac{1}{16}$

7. 设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,则“$a_3>a_2>a_1$”是“数列$\{S_n\}$为递增数列”的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. [2024·南京航空航天大学附中高二月考]若数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=d(n\in\mathbf{N}^*,d$为常数),则称$\{a_n\}$为“比等差数列”.已知在“比等差数列”$\{a_n\}$中,$a_1=a_2=1$,$a_3=2$,则$\frac{a_{2026}}{a_{2024}}$的末位数字是 (　　)

A. 0　　B. 2

C. 4　　D. 6

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 已知数列$\sqrt{2},\sqrt{5},\sqrt{8},\sqrt{11},\cdots$,则下列说法正确的是 (　　)

A. 此数列的通项公式是$\sqrt{3n-1}$

B. $5\sqrt{2}$是它的第 17 项

C. 此数列的通项公式是$\sqrt{3n+1}$

D. $5\sqrt{2}$是它的第 18 项

10. [2024·安徽滁州高二期末]已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,公差$d>0$,且$S_{18}=S_{25}$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $a_1<0$

B. $a_1+a_{43}=0$

C. 当S_n取得最小值时,n的值为 22

D. 当$S_n>0$时,n的最小值为 44

11. [2024·河南洛阳高二期末]数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{2}$,$a_n-a_{n+1}=2a_na_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$S_n$,且$b_n=1+\frac{2}{3}S_n(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $\frac{1}{2023}$是数列$\{a_n\}$中的项

B. 数列$\{b_n\}$是首项为 3,公比为 3 的等比数列

C. 数列$\{a_na_{n+1}\}$的前n项和$T_n<\frac{1}{4}$

D. 数列$\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$的前$n$项和$A_n=\frac{(2n-1)\cdot3^{n+1}}{2}+\frac{3}{2}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n}{n^2+5}$,则$a_5+a_{10}=$________.

13. [2024·河北邢台质检联盟高二月考]已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$\frac{S_6}{S_3}=5$,则$\frac{S_9}{S_3}=$________.

14. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$S_n=2a_n-2$,则$a_n=$________;数列$\{b_n\}$满足$b_n=\log_{\sqrt{2}}a_n-21$,数列$\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$T_n$,则$T_n$的最大值为________.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分)[2024·长沙明德中学高二月考] 在等比数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_2=5a_2=\frac{5}{4}$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\left\{\frac{3}{4}a_n+2n-1\right\}$的前$n$项和$S_n$.

16. (15分)已知等差数列$\{a_n\}$的前3项和是24,前5项和是30.

(1)求等差数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)若T_n是$\{a_n\}$的前n项和,则T_n是否存在最大值?若存在,求T_n的最大值及取得最大值时n的值;若不存在,请说明理由.

17. (15分)[2024·安徽马鞍山高二期中] 已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=\frac{2}{3}$,且$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=\frac{2a_n}{a_n+1}$.

(1)求证:数列$\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$为等比数列;

(2)设$b_n=\frac{(-1)^{n-1}}{a_n}$,求数列$\{b_n\}$的前$2n$项和$S_{2n}$.

18. (17分)某高科技企业研制出一种型号为A的精密数控车床,A型车床为企业创造的价值逐年减少.若第1年A型车床创造的价值是250万元,且第1年至第6年,每年A型车床创造的价值减少30万元;从第7年开始,每年A型车床创造的价值是上一年的50%.现用$a_n(n\in\mathbf{N}^*)$(单位:万元)表示A型车床在第n年创造的价值.

(1)求数列$\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$的通项公式.

(2)记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,$T_n=\frac{S_n}{n}$,企业经过成本核算,若$T_n>100$,则继续使用A型车床,否则更换A型车床,试问该企业应在第几年年初更换A型车床?

19. (17分)已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_1-2}{a_1}\cdot\frac{a_2-2}{a_2}\cdot\cdots\cdot\frac{a_n-2}{a_n}=\frac{1}{a_n}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设数列$\left\{\frac{1}{a_n^2-1}\right\}$的前$n$项和为$S_n$,若对于任意的$n\in\mathbf{N}^*$,都有$S_n<\lambda^2-2\lambda-1$成立,求满足条件的最小正整数$\lambda$的值.